



Total number of pages - 16

32T MATH  
(BENGALI)

2022

MATHEMATICS

Full Marks : 100

Pass Marks : 30

Time : Three hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions.

Q. No. 1 (a-j) carries 1 mark each

$$1 \times 10 = 10$$

Q. Nos. 2-13 carry 4 marks each

$$4 \times 12 = 48$$

Q. Nos. 14-20 carry 6 marks each

$$6 \times 7 = 42$$

---

$$\text{Total} = 100$$

Contd.



1. Answer the following questions :

1×10=10

নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর দাও :

(a) Give an example of a column matrix which is also a row matrix.

একটি স্তম্ভ মৌলকম্পের উদাহরণ দাও যেটি সারি মৌলকম্পও হয়।

(b) "Diagonal elements of a skew-symmetric matrix are always zero" — Why?

“বিপ্রতিসাম্য মৌলকম্পের তির্যক মৌলগুলি সর্বদা শূন্য” — কেন?

(c) Let  $f(x) = [x]$ , where  $[x]$  is a greatest integer function and  $g(x) = x$ . Find the value of  $(f \circ g)(-\frac{1}{3})$ .

ধরা হলো  $f(x) = [x]$ , যেখানে  $[x]$  হলো গরিষ্ঠ অখণ্ড ফলন এবং  $g(x) = x$ .  $(f \circ g)(-\frac{1}{3})$  -এর মান নির্ণয় করো।

(d) Differentiate  $\sin x$  with respect to  $e^x$ .

$e^x$  -এর সাপেক্ষে  $\sin x$  -এর অবকলজ নির্ণয় করো।

(e) Write down the value of  $\int_{-2}^2 |x| dx$ .

$\int_{-2}^2 |x| dx$  -এর মান লেখো।



(f) Find the order of the differential equation

$$\left(\frac{d^4 y}{dx^4}\right)^5 + \sin(y'') = 0.$$

$$\left(\frac{d^4 y}{dx^4}\right)^5 + \sin(y'') = 0 \text{ অবকল সমীকরণটির ক্রম নির্ণয় করো।}$$

(g) Find the principal value of  $\sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ .

$$\sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \text{-এর মুখ্য মান নির্ণয় করো।}$$

(h) Fill in the blank :

শূন্যস্থান পূর্ণ করো :

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

(i) What is the direction cosine of X-axis ?

X- অক্ষের দিশাঙ্ক কত?

(j) Let A and B be any two given sets. If  $f : A \rightarrow B$  is a onto function, then find the range of f.

ধরা হলো A এবং B যে কোনো দুটি সংহতি। যদি  $f : A \rightarrow B$  একটি আচ্ছাদক ফলন হয়, তাহলে f- এর পরিসর নির্ণয় করো।



2. Define an equivalence relation. Check whether the following relation  $R$  defined on the set of integers  $\mathbb{Z}$  is an equivalence relation or not, where  $R = \{(a, b) \mid a - b \text{ is an integer}\}$ . 1+3=4

সমতুল্যতা সম্বন্ধের সংজ্ঞা দাও।  $\mathbb{Z}$ -এ সংজ্ঞাবদ্ধ নীচের সম্বন্ধ  $R$ -টি সমতুল্যতা সম্বন্ধ হয় না হয়না পরীক্ষা করো, যেখানে  $R = \{(a, b) \mid a - b \text{ একটি অখণ্ড সংখ্যা}\}$ ।

**OR/ অথবা**

Show that the function  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  defined as  $f(x) = 2x - 3$  is invertible. Also find the inverse of  $f$ . 4

দেখাও যে  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  -এ সংজ্ঞাবদ্ধ  $f(x) = 2x - 3$  ফলনটি প্রতিলোমনীয়।  $f$ -এর প্রতিলোমও নির্ণয় করো।

3. Show that — 4  
দেখাও যে —

$$\sin^{-1} \frac{3}{5} - \sin^{-1} \frac{8}{17} = \cos^{-1} \frac{84}{85}$$

**OR/ অথবা**

Solve the following equation :

নীচের সমীকরণটি সমাধান করো :

•  $2 \tan^{-1}(\cos x) = \tan^{-1}(2 \operatorname{cosec} x)$





4. If  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$  and  $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ , then find the value  $\lambda$  and  $\mu$

such that  $A^2 + \lambda A + \mu I = 0$ , where 0 is zero matrix of order 2.

4

যদি  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$  এবং  $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  হয়, তাহলে  $\lambda$  এবং  $\mu$ -এর মান বের করো

যাতে  $A^2 + \lambda A + \mu I = 0$  হয়, যেখানে 0 হলো 2 ঘাতের শূন্য মৌলিকসংখ্যা।

**OR/ অথবা**

Determine the value of  $a$  for which the system is consistent. 4

$a$ -এর মান নির্ণয় করো যার জন্য প্রণালীটি সুসংগত হয়।

$$x + y + z = 1$$

$$2x + 3y + 2z = 2$$

$$ax + ay + 2az = 4$$



5. Find the value of  $k$  so that the following function

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 100x}{99}, & \text{if } x \neq 0 \\ k, & \text{if } x = 0 \end{cases}$$

is continuous at  $x = 0$ .

4

$$\text{যদি } f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 100x}{99}, & \text{যদি } x \neq 0 \\ k, & \text{যদি } x = 0 \end{cases}$$

ফলনটি  $x = 0$  বিন্দুতে অবিচ্ছিন্ন হয়, তাহলে  $k$  -এর মান নির্ণয় করো।

6. Find  $\frac{dy}{dx}$  if —

2+2=4

$\frac{dy}{dx}$  নির্ণয় করো যদি —

(i)  $\sin^2 x + \cos^2 y = 1$

(ii)  $y = e^{\cos x}$  হয়।

7. Prove that the greatest integer function defined by

$$f(x) = [x], 0 < x < 2 \text{ is not differentiable at } x = 1.$$

4

প্রমাণ করো যে  $f(x) = [x], 0 < x < 2$  -এর দ্বারা সংজ্ঞাবদ্ধ গরিষ্ঠ অখণ্ড ফলনটি  $x = 1$  বিন্দুতে অবকলনীয় নয়।



10.

OR / অথবা

If (যদি)  $e^y(x+1)=1$ , show that (দেখাও যে)

4

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \left(\frac{dy}{dx}\right)^2$$

8. Evaluate :

2+2=4

মান নির্ণয় করো :

(a)  $\int \left( x^{3/2} + 2e^x - \frac{1}{x} \right) dx$

(b)  $\int \sin^3 x \cos^2 x dx$

OR / অথবা

Evaluate :

4

মান নির্ণয় করো :

$$\int \frac{x+3}{\sqrt{5-4x-x^2}} dx$$

9. Find the equations of the tangent and normal to the curve

$x^{2/3} + y^{2/3} = 2$  at (1, 1).

2+2=4

$x^{2/3} + y^{2/3} = 2$  বক্ররেখার (1, 1) বিন্দুতে স্পর্শক এবং অভিলম্বের সমীকরণ নির্ণয় করো।



OR/ অথবা

Find the local maxima and local minima, if any, of the function  
 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 15$ . 2+2=4

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 15$  ফলনটির স্থানীয় গরিষ্ঠ এবং লঘিষ্ঠ মান নির্ণয় করো, যদি থাকে।

10. A particle moves along the curve  $6y = x^3 + 2$ . Find the point(s) on the curve at which the  $y$ -coordinate is changing 8 times as fast as the  $x$ -coordinate. 4

একটি কণিকা  $6y = x^3 + 2$  বক্ররেখা বরাবর চলাচল করে। বক্ররেখাটির সেই বিন্দুগুলি নির্ণয় করো যেখানে  $x$ -স্থানাঙ্কের থেকে 8 গুণ বেশী বেগে  $y$ -স্থানাঙ্ক পরিবর্তিত হয়।

OR/ অথবা

Show that the function  $f(x) = \cos 3x$  is neither strictly increasing nor decreasing on  $(0, \pi/2)$ . 4

দেখাও যে  $f(x) = \cos 3x$  ফলনটি  $(0, \pi/2)$  - তে যথাযথভাবে বর্ধমান বা হ্রাসমান কোনোটিই নয়।

11. Evaluate  $\int_0^5 (x+1) dx$  as the limit of a sum. 4

যোগফলের চরম মান হিসাবে  $\int_0^5 (x+1) dx$  - এর মান নির্ণয় করো।





OR / অথবা

Evaluate :

4

মান নির্ণয় করো :

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{1 + \cos^2 x} dx$$

12. Show that the vector  $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$  is equally inclined to the axes OX, OY and OZ. 4

দেখাও যে  $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$  ভেক্টরটি OX, OY এবং OZ অক্ষের সঙ্গে সমভাবে আনত আছে।

OR / অথবা

State the triangle inequality for any two vectors and prove it. 1+3=4

যে কোনো দুটি ভেক্টরের ক্ষেত্রে ত্রিভুজ বৈধম্যটি লিখে প্রমাণ করো।

13. Probability of solving a specific problem independently by A and B are  $\frac{1}{2}$  and  $\frac{1}{3}$  respectively. If both try to solve the problem independently, find the probability that — 2+2=4

- (i) the problem is solved  
(ii) exactly one of them solves the problem.

A এবং B-এর দ্বারা একটি বিশেষ সমস্যা স্বতন্ত্রভাবে সমাধান করার সম্ভাবিতা যথাক্রমে  $\frac{1}{2}$  এবং  $\frac{1}{3}$ । যদি সমস্যাটি সমাধানের জন্য উভয়ে স্বতন্ত্রভাবে চেষ্টা করে, তাহলে সম্ভাবিতা নির্ণয় করো যাতে —

- (i) সমস্যাটির সমাধান হয়  
(ii) তাদের ঠিক একজন সমস্যাটির সমাধান করে।



OR / অথবা

1111

Let  $X$  denote the number of hours Rita studies during a randomly selected school day. The probability that  $X$  can take the values  $x$ , has the following form :

$$P(X=x) = \begin{cases} 0.1, & \text{if } x=0 \\ kx, & \text{if } x=1 \text{ or } 2 \\ k(5-x), & \text{if } x=3 \text{ or } 4 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

where  $k$  is a unknown constant.

(a) Find the value of  $k$ .

(b) What is the probability that Rita studies at least two hours, exactly two hours and at most two hours ?  $1+1+1=4$

যদৃচ্ছভাবে নির্বাচন করা স্কুলের দিনে কোনো একদিন রীতার অধ্যয়ন করা মোট ঘণ্টার সংখ্যাটি  $X$ -দ্বারা বোঝানো হলো।  $X$ -এর মান  $x$  হওয়ার সম্ভাবিতাকে নিম্নোক্তরূপে প্রকাশ করা হয়েছে :

$$P(X=x) = \begin{cases} 0.1, & \text{যদি } x = 0 \\ kx, & \text{যদি } x = 1 \text{ বা } 2 \\ k(5-x), & \text{যদি } x = 3 \text{ বা } 4 \\ 0, & \text{অন্যথা} \end{cases}$$

যেখানে  $k$  একটি অজ্ঞাত ধ্রুবক।

(a)  $k$  - এর মান নির্ণয় করো।

(b) রীতার কমপক্ষে দুই ঘণ্টা, প্রকৃতপক্ষে দুই ঘণ্টা এবং সর্বোচ্চ দুই ঘণ্টা অধ্যয়ন করার সম্ভাবিতাগুলি কত?



14. Find the minors and cofactors of the elements of the determinant

3+3=6

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 6 & 0 & 4 \\ 1 & 5 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 6 & 0 & 4 \\ 1 & 5 & -7 \end{vmatrix}$$

নির্ণায়কটির মৌলগুলির অণুরাশি এবং সহরাশি নির্ণয় করো।

OR/ অথবা

Find  $A^{-1}$  by using elementary transformation, where —

6

মৌলিক রূপান্তর প্রক্রিয়া প্রয়োগ করে  $A^{-1}$  নির্ণয় করো যেখানে —

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 5 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$



15. Define homogeneous function of degree  $n$ . Solve the differential equation 1+5=6

$$(x^2 + xy) dy = (x^2 + y^2) dx.$$

$n$  মাত্রার সমমাত্রিক ফলনের সংজ্ঞা দাও।

$(x^2 + xy) dy = (x^2 + y^2) dx$  অবকল সমীকরণটির সমাধান করো।

**OR / অথবা**

- (i) Solve the differential equation : 3

অবকল সমীকরণটির সমাধান করো :

$$x \frac{dy}{dx} + (2x + 1)y = xe^{-2x}$$

- (ii) Form the differential equation of the family of circles touching the  $X$ -axis at origin. 3

মূলবিন্দুতে  $X$ -অক্ষকে স্পর্শ করা বৃত্তের পরিবারটির অবকল সমীকরণটি গঠন করো।

16. Integrate :

সমাকলন করো :

(a)  $\int \frac{x-1}{\sqrt{x^2-1}} dx$

(b)  $\int x \sin^{-1} x dx$

2+4=6





OR/ অথবা

(a)  $\int \left( \frac{2\cos x - 3\sin x}{6\cos x + 4\sin x} \right) dx$

(b)  $\int \frac{x^3 + x + 1}{x^2 - 1} dx$

2+4=6

17. For any three vectors  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ , prove that

$$\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c}.$$

6

যে কোনো তিনটি ভেক্টর  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ -এর জন্য প্রমাণ করো যে

$$\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c}।$$

OR/ অথবা

Three vectors  $\vec{a}, \vec{b}$  and  $\vec{c}$  satisfy the condition  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ .

Evaluate the quantity

$$\mu = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a} \text{ if } |\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 4 \text{ and } |\vec{c}| = 2.$$

6

$\vec{a}, \vec{b}$  এবং  $\vec{c}$  ভেক্টর তিনটি  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$  শর্ত সিদ্ধ করে।

$\mu = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$ -এর মান নির্ণয় করো যদি  $|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 4$  এবং  $|\vec{c}| = 2$  হয়।



18. Find the shortest distance between the lines

$$\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) + \lambda (\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) \text{ and}$$

$$\vec{r} = (2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) + \mu (2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}).$$

6

$$\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) + \lambda (\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) \text{ এবং}$$

$$\vec{r} = (2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) + \mu (2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}) \text{ রেখাদুটির মধ্যে ন্যূনতম দূরত্ব নির্ণয় করো।}$$

OR/ অথবা

Find the equation of the plane passing through the point  $(-1, 3, 2)$  and perpendicular to each of the planes  $x + 2y + 3z = 5$  and  $3x + 3y + z = 0$ .

6

$(-1, 3, 2)$  বিন্দুগামী এবং  $x + 2y + 3z = 5$  এবং  $3x + 3y + z = 0$  সমতল দুটির প্রত্যেকটির সঙ্গে লম্বভাবে অবস্থিত সমতলটির সমীকরণ নির্ণয় করো।

19. Minimize  $Z = 3x + 5y$

subject to

$$x + 3y \geq 3$$

$$x + y \geq 2$$

$$x, y \geq 0$$

6

$$x + 3y \geq 3$$

$$x + y \geq 2$$

$x, y \geq 0$  সীমাবদ্ধতা সাপেক্ষে  $Z = 3x + 5y$  -এর সর্বনিম্ন মান নির্ণয় করো।

OR/ অথবা

Minimise and Maximise  $Z = 5x + 10y$   
subject to

$$x + 2y \leq 120$$

$$x + y \geq 60$$

$$x - 2y \geq 0$$

$$x, y \geq 0$$

6

$$x + 2y \leq 120$$

$$x + y \geq 60$$

$$x - 2y \geq 0$$

$x, y \geq 0$ -এর সাপেক্ষে  $Z = 5x + 10y$ -এর সর্বোচ্চ এবং সর্বনিম্ন মান নির্ণয় করো।

20. Of the students in a college, it is known that 60% reside in hostel and 40% are day scholars (not residing in hostel). Previous year results report that 30% of all students who reside in hostel attain A grade and 20% of day scholars attain A grade in their annual examination. At the end of the year, one student is chosen at random from the college and he has an A grade, what is the probability that the student is a hostlier ? 6

একটি মহাবিদ্যালয়ের ছাত্রদের মধ্যে 60% ছাত্রাবাসে এবং 40% ছাত্রাবাসে থাকে না বলে জানা যায়। গত বছরের ফলাফল অনুসারে বাৎসরিক পরীক্ষায় ছাত্রাবাসে থাকা সকল ছাত্রের 30% এবং ছাত্রাবাসে না থাকা ছাত্রদের 20% A গ্রেড পেয়েছিল। বছরের শেষে মহাবিদ্যালয়টির বদৃচ্ছভাবে বাছাই করা একজন ছাত্রই A গ্রেড পায়। ছাত্রটির ছাত্রাবাসের আবাসিক হওয়ার সম্ভাবিতা কত?

OR/ অথবা

Find the mean number of heads in three tosses of a fair coin.

একটি নিখুঁত মুদ্রা তিনবার টস করার পর প্রাপ্ত মুণ্ডু সংখ্যার মাধ্যম নির্ণয় করো।

6